Operációkutatás vizsga

A csoport

Budapesti Corvinus Egyetem

2007. január 16.

Egyéb gyakorló és vizsgaanyagok találhatók a **http://matstat.fw.hu** *honlapon a* **Letölthető vizsgasorok, segédanyagok** *menüpont alatt.*

OPERÁCIÓKUTATÁS, 2007. január 16. A **NÉV:**
12 - 13^{30} **NEPTUN KÓD:**

1. (26 pont) Fát kell szállítani Ajkáról illetve Várpalotáról Taszárra és Szigetvárra.
A szállításnál mind szárazföldön, mind vizen közbülső szállítási pontok iktathatók be.

Ajka kapacitása 1000 egység hetente, Várpalota kapacitása 900 egység/hét.
Taszár igénye 800 egység/hét, Szigetvár igénye 900 egység/hét.

Egy egységnyi fa szállítási költségeit az alábbi táblázatok tartalmazzák.

Szárazföldön:

	Révfülöp	Tihany
Ajka	7	11
Várpalota	9	8

Vízen

	Boglár	Szántód
Révfülöp	2	4
Tihany	5	2

Szárazföldön

	Taszár	Szigetvár
Boglár	7	10
Szántód	10	9

Szárazföldön közvetlenül

	Taszár	Szigetvár
Ajka	26	34
Várpalota	32	31

Más viszonylatban (például Révfülöpről Tihanyba, vagy Ajkáról közvetlenül Boglárra, stb.) a szállítás értelmetlen, ezért nem lehetséges.
Optimális (minimális költségű) szállítási tervet kell készíteni.

a. (10 pont) Töltse ki az alábbi táblázatban az üres cellákat a megfelelő számokkal úgy, hogy az eredményül kapott klasszikus szállítási feladat alkalmas legyen a fenti összetett szállítási feladat megoldására! Az üresen hagyott cellákat M-nek értelmezzük, azokat kitölteni nem kell.

From \	Révfülöp	Tihany	Boglár	Szántód	Taszár	Szigetvár	Fiktív	Supply
Ajka	7	11			26	34	0	
Várpalota	9	8			32	31	0	
Révfülöp			2	4			0	
Tihany			5	2			0	
Boglár					7	10	0	
Szántód					10	9	0	
Demand								

Megoldás:

From \ To	Révfülöp	Tihany	Boglár	Szántód	Taszár	Szigetvár	Fiktív	Supply
Ajka	7	11	1000	1000	26	34	0	1000
Várpalota	9	8	1000	1000	32	31	0	900
Révfülöp	0	1000	2	4	1000	1000	0	1900
Tihany	1000	0	5	2	1000	1000	0	1900
Boglár	1000	1000	0	1000	7	10	0	1900
Szántód	1000	1000	1000	0	10	9	0	1900
Demand	1900	1900	1900	1900	800	900	200	

Az alábbi táblázat egy optimális szállítási tervet tartalmaz a hozzátartozó (optimális) duálváltozókkal együtt:

	Duálvált.	7	8	9	10	16	19	0
Duálvált.		Révfülöp	Tihany	Boglár	Szántód	Taszár	Szigetvár	Fiktív
0	Ajka	800						200
0	Várpalota		900					
-7	Révfülöp	1100		800				
-8	Tihany		1000		900			
-9	Boglár			1100		800	0	
-10	Szántód				1000		900	

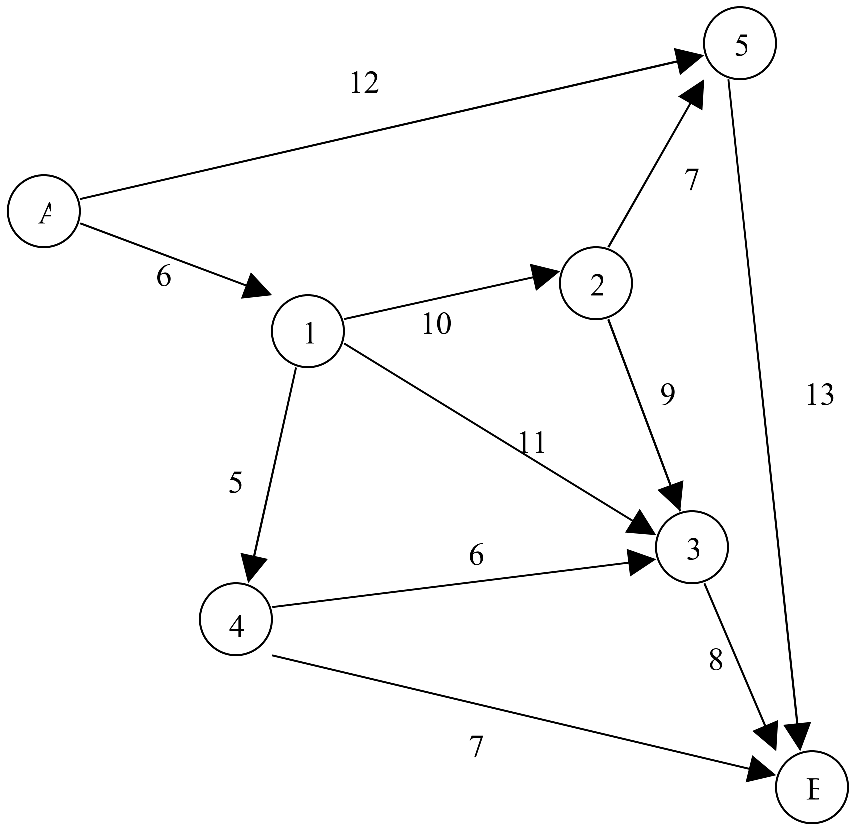
b.(8 pont) Tekintsük azt az optimális megoldást, amelyben Várpalotáról Tihanyba 700 egység fát stállítanak, és Várpalotáról 200 egység a Fiktív szállítás. Mennyit szállítanak ekkor a következő szakaszokon?

Ajka-Révfülöp 1000 egységet
Révfülöp-Boglár 1000 egységet
Tihany Szántód 700 egységet
Szántód-Szigetvár 700 egységet

c.(4+4 pont) Az eredeti optimális megoldásban az alábbi viszonylatok közül melyikre igaz az, hogy ha az adott viszonylat költségét egy kis pozitív számmal növeljük (minden mást változatlanul hagyva), akkor az optimális megoldás egyértelmű lesz? Miért?

Tihany – Boglár hamis (A Várpalota-Fiktív redukált költség 0 marad, és ez a bázissal olyan hurkot alkot, amin lehet javítani)
Szántód – Taszár hamis (A Várpalota-Fiktív redukált költség 0 marad, és ez a bázissal olyan hurkot alkot, amin lehet javítani.)

2.(20 pont) Az alábbi projekt hálózatban az élek tevékenységeket jelölnek, az élek mellé írt számok a tevékenységek időtartamát napokban. Egy csúcs azt az eseményt jelöli, hogy a hozzá befutó élekkel jelzett tevékenységek befejeződtek és egyben a belőle kiinduló élekkel jelzett tevékenységek elkezdődhetnek.A projekt kezdetét az A csúcs, befejezését a B csúcs képviseli. A projekt július 1-én reggel kezdődik. Munkaszüneti nap nincs. (Július és Augusztus 31 naposak.)



a. (4 pont) Mi a projekt legkorábbi befejezési dátuma? Augusztus 5
b. (2 pont) Mi a kritikus út? (A,1) –(1,2) – (2,5) – (5,B)

c. (4 pont) Mi az a legkorábbi dátum, amikor a
4-es csúccsal jelzett esemény bekövetkezhet? Július 11
5-ös csúccsal jelzett esemény bekövetkezhet? Július 23

d. (4 pont) Mi az a legkésőbbi dátum, amikor a projekt befejezésének késleltetése nélkül az 1-es csúccsal jelzett esemény bekövetkezhet? Július 6
Mi az a legkésőbbi dátum, amikor a projekt befejezésének késleltetése nélkül a 4-es csúccsal jelzett esemény bekövetkezhet? Július 22

e. (2 pont) Mi az a legkésőbbi dátum, amikor a projekt befejezésének késleltetése nélkül elkezdődhet az (1,2) éllel jelzett tevékenység? Július 6

f. (4 pont) Hány nappal tolódhat el az (1,3) éllel jelzett tevékenység elkezdése - a többi tevékenység elkezdésének és a projekt befejezésének késleltetése nélkül - a legkorábbi kezdési dátumtól? 8 nap

3. (20 pont) Három gép (G1, G2 és G3) háromféle termék (T1, T2, T3) bármelyikét képes előállítani. Az egyes gépeken egy óra alatt bármelyik termékből egy készíthető el.
A gépek kapacitása rendre 35, 45 és 55 gépóra/hét, az egyes termékekből a hetente minimálisan előállítandó mennyiség rendre 30, 16, és 14 darab.
Egy termék darabjának gyártási költsége az egyes gépeken az alábbi táblázatban látható:

	T1	T2	T3
G1	4	5	3
G2	4	5	5
G3	6	4	7

Jelölje x_{jk} a j-edik gépen a k-adik termékből hetente gyártandó mennyiséget darabban, j= 1,2,3; k=1,2,3.

a) (4 pont) Írjuk fel a célfüggvényt, ha a heti összköltséget szeretnénk minimalizálni.
$4x_{11} +5x_{12} +3x_{13} +4x_{21} +5x_{22} +5x_{23} +6x_{31} +4x_{32} +7x_{33}$

b) (4 pont) Írjuk fel azokat a feltételeket, amelyek a gépek heti kapacitásának korlátozottságát fejezik ki.

$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 35$
$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 45$
$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le 55$

c. (6 pont) Jelölje y_1, y_2, $y_3 \geq 0$ a gépek ki nem használt kapacitását!

$y_1 = 35-(x_{11} + x_{12} + x_{13})$
$y_2 = 45-(x_{21} + x_{22} + x_{23})$
$y_3 = 55-(x_{31} + x_{32} + x_{33})$,

Vezessen be nulla-egy változókat, és írjon fel olyan lineáris egyenlőtlenségeket, amelyek azt a követelményt fejezik ki, hogy legalább két gép kapacitását teljesen ki kell használni.

Vezessük be a v_1, v_2, v_3 nulla-egy változókat. Ekkor a következő feltételeket kell csatolni a feladat feltételrendszeréhez:

$y_1 \le 35v_1$, $y_2 \le 45v_2$, $y_3 \le 55v_3$,
$v_1 + v_2 + v_3 \le 1$

d. (6 pont) Írjunk fel olyan lineáris egyenlőtlenségeket, amelyek azt a követelményt fejezik ki, hogy ha az első gépet foglalkoztatjuk (legalább egy terméket gyártunk rajta), akkor a kapacitáskihasználtsága legalább 75% legyen.

Az u nulla-egy változóval:

y_1-8,75<=M (1-u)
35-$y_1 \leq$ Mu

4. (24 pont) X és Y a következő játékot játsszák. Piros illetve kék golyók közül X kiválaszt egyet úgy, hogy azt Y ne lássa. Ez után Y megtippeli, hogy X milyen színű golyót választott ki. Ha eltalálja, hogy pirosat, akkor kap X-től 1 Ft-t. Ha eltalálja, hogy kéket, akkor kap X-től 3 Ft-t. Ha viszont nem találja el a kiválasztott golyó színét, akkor ő fizet X-nek 2 Ft-t.

a. (4 pont) Adja meg a játékosok (tiszta) stratégiáit és a kifizető mátrixot az X szempontjából.

választ \ tippel	piros	kék
piros	-1	2
kék	2	-3

b. (2 pont) Redukálható-e a játék dominált stratégiák elhagyásával? (nem)
c. (4 pont) Van-e a játéknak nyeregpontja (tiszta stratégiákban)? (nincs)
Miért? Max sormin=-1 < 2 = min oszlopmax
d. (6 pont) Mi a sorjátékos optimális stratégiája? ((5/8 , 3/8))
e. (6 pont) Mi az oszlopjátékos optimális stratégiája? ((5/8 , 3/8))
f. (1 pont) Mennyi a játék értéke? (v= 1/8)
g. (1 pont) Igazságos-e a játék? (nem)

5. (10 pont) Az alábbi 5 állítás közül az igazakat jelölje meg I betűvel, a hamisakat pedig H-val! (Minden jó megjelölés **2 pont**, minden rossz megjelölés **–1 pont**, ha nem jelölte meg az állítást, **0 pont**)

Tekintsünk egy M/M/s típusú sorbanállási feladatot a szokásos jelölésekkel. Tehát:
λ = Beérkezések átlagos száma (időegységenként) = Beérkezési gyakoriság
μ = Kiszolgálások átlagos száma (időegységenként) = Kiszolgálási gyakoriság
s = kiszolgáló helyek száma.
ρ =a rendszer kihasználtsági foka
L = A rendszerben tartózkodó ügyfelek átlagos száma
L_q = A sorbanálló ügyfelek átlagos száma
W = Az ügyfél által átlagosan a rendszerben töltött idő
W_q = Az ügyfél által sorbanállással átlagosan eltöltött idő
P(j>=s)=annak a valószínűsége, hogy a rendszerben lévő ügyfelek száma eléri a kiszolgálóhelyek számát.

(1) L_q =P(j>=s) $\rho/(1-\rho)$ I

(2) Ha s=1, akkor $L_q = \rho^2/(1-\rho)$ I

(3) Minden s-re $W=W_q+\rho$ H

(4) Minden s-re $W=W_q+1/\mu$ I

(5) $W=\lambda L$ H