Operációkutatás vizsga

B csoport

Budapesti Corvinus Egyetem

2007. január 16.

Egyéb gyakorló és vizsgaanyagok találhatók a **http://matstat.fw.hu** *honlapon a* **Letölthető vizsgasorok, segédanyagok** *menüpont alatt.*

OPERÁCIÓKUTATÁS B NÉV:
2007. január 9., 8 - 9^{30} NEPTUN KÓD:

1. (22 pont) Egy vállalat 1000 db új telefon készüléket szeretne vásárolni. Két szállító jön szóba. Az első szállító 21 ezer forintért adja darabját, és minden készüléket, amelyik egy éven belül meghibásodik, ingyen kicserél jóra. A másik szállító 20 ezer forintért adja darabját, de nem ad ingyen cserekészüléket, hanem azért 15 ezer forintot kell fizetni. Feltehetjük, hogy a cserekészülékek már garantáltan hibátlanok. A vállalat árubeszerzője 2 esetet vesz figyelembe: egy éven belül vagy 0 vagy 10 százalékos lehet a meghibásodás. Ezekhez az esetekhez a következő (szubjektív) valószínűségeket rendeli:

Meghibásodási %	0	10
Valószínűség	0.7	0.3

Ezek a valószínűségek mindkét szállító esetén azonosak. Az árubeszerzőnek el kell döntenie, hogy melyik szállítót válassza.

a. (6 p.) Írjuk fel az ehhez a döntési problémához tartozó kifizető mátrixot (ezer Ft-ban).

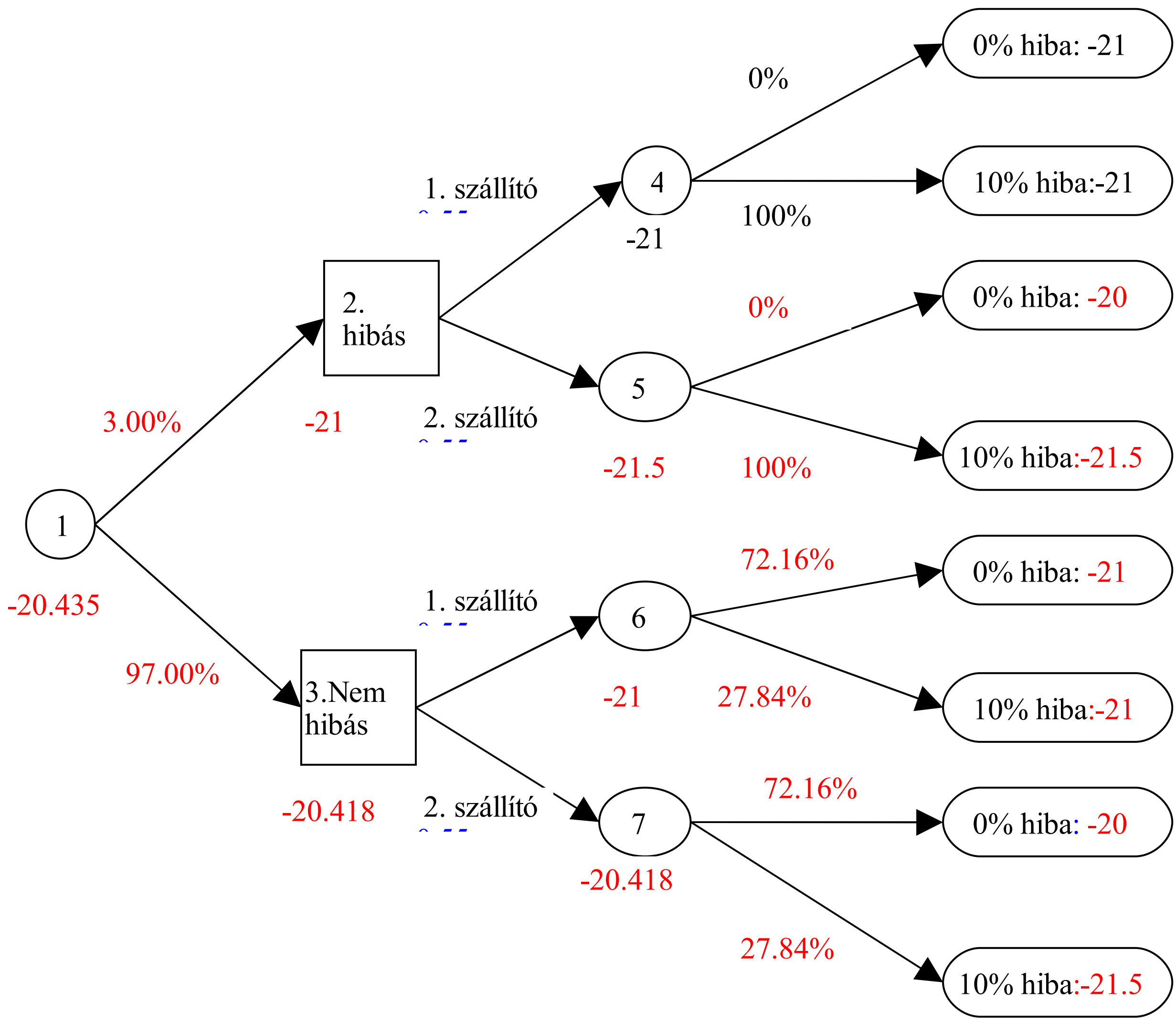
kifizetés (ezer Ft)	0% meghibásodik	10% meghibásodik
1. szállító	21000	21000
2. szállító	20000	21500

Melyik beszállítót válasszák, hogy a telefon vásárlás egy évre vett várható költsége a lehető legkisebb legyen? a 2. beszállítót
Hány ezer Ft lesz ekkor a várható kifizetés? 20450 eFt

Az árubeszerzőnek lehetősége van arra, hogy bármelyik 1000 telefont tartalmazó szállítmányból egy készüléket egy olyan vizsgálatnak vessenek alá, ami tévedés nélkül kimutatja, hogy a telefon hibás-e (pontosabban, hogy egy éven belül meghibásodik-e) vagy sem.

b. (6 p.) Mi annak a valószínűsége, hogy a megvizsgált készülék hibátlan? (0,97)
Mi annak a valószínűsége, hogy nincs hibás készülék a szállítmányban, feltéve, hogy a megvizsgált készülék hibátlan volt? (0,7216)
Mi annak a valószínűsége, hogy a szállítmányban a készülékek 10%-a meghibásodik, feltéve, hogy a megvizsgált készülék hibás volt? (1)

c. (4 p.) Töltsük fel a vizsgálattal kapcsolatos döntési fát a szükséges valószínűségekkel és várható költségekkel! (Véletlen elágazás élein tüntesse fel a valószínűségeket, minden csúcsnál pedig a várható költség -1-szeresét!)



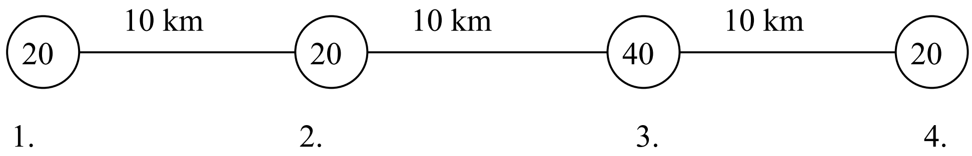
d. (4 p.) Mi az optimális döntési stratégia?

Ha a megvizsgált készülék hibátlan, akkor a …2.… beszállítótól kell rendelni,
ekkor az egy évre vett várható költség …20418… ezer Ft.

Ha a megvizsgált készülék hibás, akkor a …1.… beszállítótól kell rendelni,
ekkor az egy évre vett várható költség …21000… ezer Ft.

e. (2 p.) Maximum mennyit érdemes fizetni a vizsgálatért? (15 ezer)

2. (20 pont) Két vállalat, A és B, ugyanolyan terméket gyárt. Egy főútvonal mentén fekvő 4 város egyikében üzletet akarnak nyitni. A városok távolságait az alábbi ábrában a vonalak fölötti számok mutatják, a városokban a termék iránti keresletet pedig a körökben lévő számok jelölik (ezer főben).



Ha valamelyik városhoz a nagyobb A vállalat üzlete van közelebb, akkor A az adott város forgalmának 80%-át szerzi meg magának. Ha egyenlő távolságra vannak az üzletek az illető várostól, akkor az A vállalaté lesz a forgalom 60%-a. Végül, ha a B vállalat üzlete van közelebb egy városhoz, akkor az A vállalat a forgalom 40%-át szerzi meg.

a. (10 p.) Írjuk fel a játék kifizetőmátrixát!

	B az 1. városban	B a 2. városban	B a 3. városban	B a 4. városban
A az 1. városban	60	48	52	56
A a 2. városban	72	60	56	64
A a 3. városban	68	64	60	72
A a 4. városban	64	56	48	60

b. (10 p.) Határozzuk meg az optimális stratégiákat, és a játék értékét!

Mindkét vállalat a 3. városban nyit üzletet. Az A vállalaté a forgalom 60%-a.

3. (18 pont) Egy vállalatnál 5 új munkatársat kell betanítani 5 feladat végzésére (mindegyik munkatársat pontosan egy feladatra tanítják be). A betanítási idők (órában) a következők:

28	22	23	17	23
7	22	21	20	23
19	14	9	24	6
15	3	19	12	8
25	4	8	15	1

a. (10 pont) Határozzuk meg a Magyar módszerrel a minimális összidőt eredményező hozzárendelést, és a minimális összidő értékét!

-a1- Adjuk meg az előbb a sorok, majd az oszlopok redukciójával kapott ekvivalens feladatot!

11	5	6	0	6
0	15	14	13	16
13	8	3	18	0
12	0	16	9	5
24	3	7	14	0

11	5	3	0	6
0	15	11	13	16
13	8	0	18	0
12	0	13	9	5
24	3	4	14	0

-a2- Adjuk meg az algoritmus során kapott utolsó ekvivalens feladatot!

11	5	3	**0**	6
0	15	11	13	16
13	8	**0**	18	0
12	**0**	13	9	5
24	3	4	14	**0**

Az eredeti feladathoz tartozó minimális összidő: 37

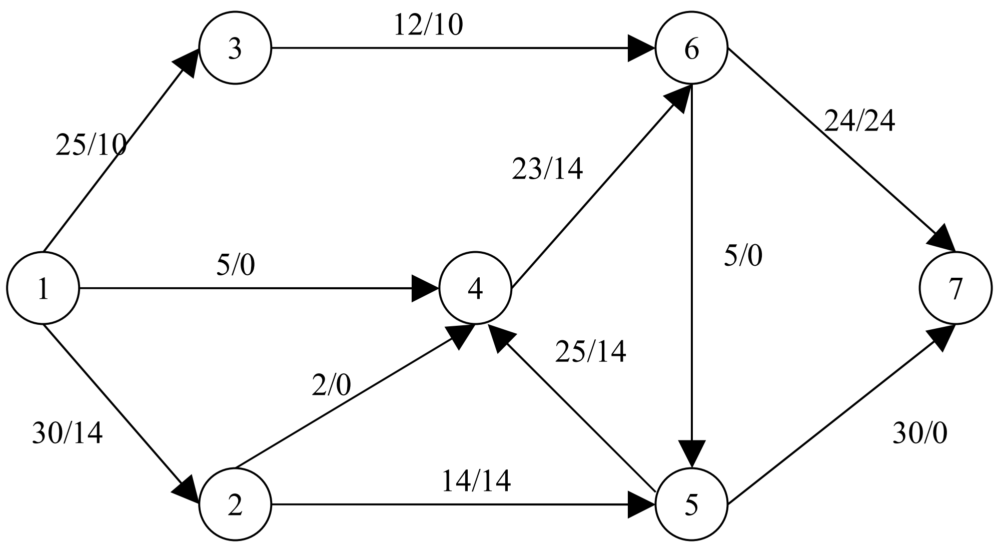
b. (8 pont) Maximálisan mekkora lehet az összidő növekedése az a) pontban meghatározotthoz képest, ha találomra készítjük el a hozzárendelést? 76

Adjuk meg a lehető legnagyobb összidőt eredményező hozzárendelést is!

28	22	23	17	23
7	22	21	20	23
19	14	9	24	6
15	3	19	12	8
25	4	8	15	1

Maximális összidő: 113 A másik maximális hozzárendelés: 1-5,2-2, a többi uaz.

4. (20 pont) Tekintsük az alábbi irányított élekből és számozott csúcsokból álló gráf által megadott maximális folyam feladatot, amelyben az 1-es csúcs a forrás és a 7-es a nyelő! Az élekre írt első szám az él kapacitását jelöli, míg a második a rajta aktuálisan átmenő folyam értékét. Tehát például az (1,2) él kapacitása 30 egység,s jelenleg 14 egység folyik át rajta.



a. **(8 p.)** Adja meg a lehetséges javítások maximális értékeit az alábbi láncok mentén!
 (1) 1 → 2 → 4 ← 5 → 7 (javítás 2-vel)
 (2) 1 → 3 → 6 → 5 → 7 (javítás 2-vel)
 (3) 1 → 4 → 6 → 7 (nem lehetséges, mert f67=k67)
 (4) 1 → 4 ← 5 → 7 (javítás 5-tel)

b. **(12 p.)** Tegyük fel, hogy az adott folyamot feljavítottuk az a. pontban felsorolt láncok közül annak mentén, amelyik a legnagyobb javulást eredményezi. Maximális-e az így feljavított folyam?

 Ha igen, adja meg a maximális folyam értékét és egy minimális vágást (a vágásban szereplő élek megadásával, illetve a forrást tartalmazó csúcspontok halmazának megadásával egyaránt!)
 (Nem)
 Ha nem, adja meg az összes olyan láncot, amely mentén a folyam értéke még javítható (a javítás maximális értékével együtt)!
 1 → 2 → 4 ← 5 → 7 mentén 2-vel
 1 → 2 → 4 → 6 → 5 → 7 mentén 2-vel
 1 → 3 → 6 ← 4 ← 5 → 7 mentén 2-vel
 1 → 3 → 6 → 5 → 7 mentén 2-vel

5. (20 pont) Az alábbi 10 állítás közül az igazakat jelölje meg I betűvel, a hamisakat pedig H-val! (Minden jó megjelölés **2 pont**, minden rossz megjelölés **–1 pont**, ha nem jelölte meg az állítást, **0 pont**)

Az a.-e. állítások mindegyike a CPM (kritikus út) feladattal kapcsolatos. Az (i,j) él által reprezentált tevékenység időtartama t_{ij}, az i esemény legkorábbi bekövetkezésének időpontja ET(i), legkésőbbi bekövetkezésének időpontja LT(i).

a. Egy kritikus út valamennyi élén a mozgáshatár 0. I
b. A tűréshatár nem haladhatja meg a mozgáshatár értékét. H
c. A mozgáshatár mindig kisebb a tűréshatárnál. H
d. $LT(i) = \max_{(i,j)} (LT(j)-t_{ij})$ H
e. $ET(j) = \max_{(i,j)} (ET(i)+t_{ij})$ I
.
Egy tiszta egészértékű lineáris minimumfeladat optimumának értékét min-nel, a fellazított (relaxált) feladat optimumát minf-fel jelöljük.

f. Van olyan feladat-pár, hogy a fellazított feladatnak nincs lehetséges megoldása, de az egészértékű feladatnak van. H
g. Van olyan feladat-pár, hogy az egészértékű feladatnak nincs lehetséges megoldása, de a fellazított feladatnak van. I
h. Van olyan feladat-pár, amelyre minf = min . I
i. Van olyan feladat-pár, amelyre minf < min . I
j. Van olyan feladat-pár, amelyre min < minf . H