

# Statisztika példatár

v0.02

*A példatár folyamatosan bővül, keresd a frissebb verziót a <http://matstat.fw.hu> honlapon a  
letölthető példatárak közt.*

Ország Tamás

Budapest, 2006

„Mottó: *Ki kéne vágni minden fát, és jól lebetonozni az egészséget!*”<sup>1</sup>

Amikor a tanítványaim először találkoznak velem, mindenki siet leszögezni, hogy ő hülye a matekhoz, mindig is hülye volt, és minden bizonnyal az is marad, de szeretne levizsgázni. De hát munka mellett, gyerek mellett, számára követhetelen előadások mellett, amire nem is nagyon van ideje eljárni, nem jut semmire sem egyedül. De hát különben is, ez csak távoktatás/levelező képzés/esti tagozat, ahol nem mutatják meg, hogy kell példát megoldani, meg egyébként is, a statisztika – mint ahogy minden számolmány tárgy – csak szivatásból van, hogy minél többen bukjanak. Én nem mindenben értek egyet velük, de az tény és való, hogy ha valaki megkeres engem, nem tudok nyugodt szívvel egy olyan példatárat ajánlani, amiből megfelelően tudna gyakorolni, vizsgára készülni. Ez hatványozottan igaz a nem nappali tagozatos képzések esetében, de néha egyébként is.

Az évek folyamán, melyet vizsgafelkészítéssel töltöttem el, rengeteg példa gyűlt össze, melyek segítségével többszáz embert készítettem fel sikeresen vizsgára, szigorlatra. Úgy gondoltam, hasznos lenne a felgyülemlett anyag rendszerezésével és kibővítésével egy szabadon hozzáférhető példatársorozatot összeállítani, melyben minden feladatnak van megoldása. Nem mellékesen így nem a ronda kézírásommal kell odaadni a tanítványaimnak a gyakorlásra szánt példákat. Ennek a sorozatnak az hatodik darabját olvasod most, mely a statisztika vizsgán/zh-n/uv-n/iv-n/szigorlaton hivatott átrúgdosni Téged.

A példatár a  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  dokumentumleíró nyelvre épülő  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  makrocsoomag használatával a  $\text{L}_{\text{Y}}\text{X}$  szövegszerkesztő program segítségével készült. Ha esetleg szükséged van képletek szerkesztésére (itt kifejezetten sok képletre gondolok) és már eleget szívtál az ilyen-olyan Office programcsomagokkal, akkor próbáld ki, megéri.

Ezt a művet a Creative Commons Nevezd meg!-Ne add el!-Ne változtasd! 2.5 Hungary Licenc<sup>2</sup> alatt teszem közzé. Ez azt jelenti, hogy szabadon másolhatod, terjesztheted a szerző megjelölése mellett, de tilos a kereskedelmi célú felhasználás és a mű megváltoztatása.



<sup>1</sup>Idézet egy az 1990-es évek elején a Múzeum körúton egy villanyoszlopra felerősített *Anarchista matematikaoktatás*-t hirdető tábláról.

<sup>2</sup><http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/hu/> A Creative Commons licenszről bővebben magyarul: <http://creativecommons.hu/>, angolul: <http://www.creativecommons.org/>.

*Matematika, statisztika, közgazdaságtan, pénzügytan korrepetálás.*

*Tel.: (20) 932-2134*

*<http://matstat.fw.hu>      email: [matstat@fw.hu](mailto:matstat@fw.hu)*

# Tartalomjegyzék

I. Feladatok	4
1. Leíró statisztika	5
2. Viszonyszámok	8
3. Sztochasztikus kapcsolatok	9
4. Standardizálás	11
5. Érték-, ár, volumenindex	12
6. Becslés	13
7. Hipotézisvizsgálat	14
8. Regressziószámítás	15
9. Idősoranalízis	16
II. Megoldás	18
10. Leíró statisztika	19
11. Viszonyszámok	21
12. Sztochasztikus kapcsolatok	22

13. Standardizálás	23
14. Érték-, ár, volumenindex	24
15. Becslés	25
16. Hipotézisvizsgálat	26
17. Regressziószámítás	27
18. Idősoranalízis	28

I. rész

Feladatok

# 1. fejezet

## Leíró statisztika

1. Adott tíz szám: 10, 12, 15, 28, 12, 42, 57, 61, 9, 41. Határozzuk meg:

- |                          |                                  |                                       |
|--------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| (a) számtani átlagukat   | (h) felső kvartilisüket          | (n) szórásukat                        |
| (b) mértani átlagukat    | (i) első decilisüket             | (o) varianciájukat                    |
| (c) harmonikus átlagukat | (j) kilencedik decilisüket       | (p) relatív szórásukat                |
| (d) négyzetes átlagukat  | (k) terjedelmüket                | (q) a Pearson-féle aszimmetriamutatót |
| (e) móduszukat           | (l) interkvartilis terjedelmüket | (r) F mutatót                         |
| (f) mediánjukat          | (m) átlagos abszolút eltérésüket | (s) az eloszlás ferdeségét!           |
| (g) alsó kvartilisüket   |                                  |                                       |

2. Egy bolt alkalmazottainak keresetét vizsgálva az alábbi táblázatban látható eredményeket kaptuk:

kereset (Ft)	dolgozók száma (fő)
- 70000	1
70000 - 80000	2
80000 - 90000	1
90000 - 100000	7
100000 - 120000	8
120000 - 200000	2
200000 -	1
Összesen:	22

Számítsuk ki:

- (a) az átlagot
- (b) a szóródás mutatószámait
- (c) a helyzetmutatókat
- (d) az asszimetria és a ferdeség mutatóit
- (e) a koncentrációt mutatószámát!

3. Egy bolt alkalmazottainak életkorát vizsgálva az alábbi táblázatban látható eredményeket kaptuk:

életkor (év)	dolgozók száma (fő)
- 25	4
25 - 35	8
35 - 45	4
45 - 55	4
55 -	2
35	22

Számítsuk ki:

- (a) az átlagot
- (b) a szóródás mutatószámait

*Matematika, statisztika, közgazdaságtan, pénzügytan korrepetálás.*

*Tel.: (20) 932-2134*

*<http://matstat.fw.hu> email: [matstat@fw.hu](mailto:matstat@fw.hu)*

- (c) a helyzetmutatókat
- (d) az asszimetria és a ferdeség mutatóit
- (e) a koncentrációt mutatószámát!



## 2. fejezet

### Viszonyszámok

### 3. fejezet

## Sztochasztikus kapcsolatok

1. Egy vállalkozásnál felmérve az alkalmazottak nemét és végzettségét a következő adatokat kapták:

	alapfokú	középfokú	felsőfokú	$\Sigma$
férfi	1	4	1	6
nő	2	12	2	16
$\Sigma$	3	16	3	22

Vizsgáljuk meg a nem és a végzettség közötti kapcsolat szorosságát!

2. Egy felmérés során a kedvelt üdítőital és a nem közötti kapcsolatot vizsgálták. A kapott adatokat az alábbi táblázat tartalmazza:

	alapfokú	középfokú	felsőfokú	$\Sigma$
férfi	1	4	1	6
nő	2	12	2	16
$\Sigma$	3	16	3	22

Vizsgáljuk meg a nem és a végzettség közötti kapcsolat szorosságát!

3. Egy vállalkozásnál az alkalmazottak végzettségét és a keresetét (eFt) vizsgálva az alábbi adatokat kapták:

Végzettség	Létszám	A keresetek átlaga	A keresetek szórása
alapfokú	3	70	2
középfokú	16	100	7
felsőfokú	3	230	20

Vizsgáljuk meg a végzettség és a kereset közötti kapcsolat szorosságát!

4. Egy iskolai tanulmányi versenyen öt tanuló vett részt matematikaiból és fizikából. Az alábbi helyezéseket érték el:

	A	B	C	D	E
matematika	1	2	3	4	5
fizika	1	3	2	5	4

Vizsgáljuk meg a két tantárgyból elért helyezés közötti kapcsolat szorosságát!

5. Egy vállalkozás 10 alkalmazottjának keresetét (eFt) és életkorát (év) vizsgálva az alábbi adatokat kapták:

Kereset	105	345	68,7	104,9	102,5	90,2	70,6	88,3	95	94,9
Életkor	31	39	31	41	47	53	47	27	27	36

Vizsgáljuk meg a kereset és az életkor közötti kapcsolat szorosságát!

## 4. fejezet

### Standardizálás

## 5. fejezet

### Érték-, ár, volumenindex

1. Egy élelmiszerbolt forgalma és ára három terméket vizsgálva (tej (ezer l), sör (ezer doboz), sajt (ezer kg)) a következőképpen alakult 2003-ban és 2004-ben:

	mennyiség		ár	
	2003	2004	2003	2004
tej	37,5	39,6	198	197
sör	24	21,6	98	120
sajt	2,3	4,2	1620	1730

Számítsunk érték-, ár- és volumenindexet!

## 6. fejezet

### Becslés

## 7. fejezet

# Hipotézisvizsgálat

8. fejezet

Regressziószámítás



## 9. fejezet

### Idősoranalízis

1. A boltban a tejforgalom 2004-2006 között negyedéves bontásban a következőképpen alakult:

	mennyiség (ezer l)
2004. I.	39,6
2004. II.	32,4
2004. III.	34,3
2004. IV.	39,6
2005. I.	39,6
2005. II.	36,0
2005. III.	39,6
2005. IV.	39,6
2006. I.	36,0
2006. II.	32,4
2006. III.	35,1
2006. IV.	37,7

- (a) Határozzuk meg a forgalom alakulását leíró lineáris trend egyenletét!
- (b) Additív kapcsolatot feltételezve vizsgáljuk meg a forgalom alakulásának szezonálisitását!

- (c) Készítsünk előrejelzést a 2008. III. negyedévi tejforgalomra!
- (d) Vizsgáljuk meg a véletlen tényező hatását 2005. II. negyedévében!

II. rész

Megoldás

# 10. fejezet

## Leíró statisztika

1.

(a) 28,7	(f) 21,5	(k) 52	(p) 66,62%
(b) 22,4548	(g) 12	(l) 29,75	(q) 0,8734
(c) 17,7842	(h) 41,75	(m) 17,24	(r) 0,3613
(d) 34,4862	(i) 9,1	(n) 19,1209	(s) 0,2888
(e) 12	(j) 60,6	(o) 365,61	

2.

- (a)  $\bar{x} = 109318,18$
- (b)  $R = 220000$   $\delta = 21590,91$   $\sigma = 36033,30$   $\sigma^2 = 1298398760,33$   $V = 32,96\%$
- (c)  $Mo = 96666,67$   $Me = 100000$   $Q_1 = 92142,86$   $Q_3 = 113750$   $D_1 = 76000$   $D_9 = 152000$
- (d)  $A = 0,35$   $F_{0,25} = 0,27$   $K = 0,14$
- (e)  $HI = 0,05$

3.

- (a)  $\bar{x} = 36,36$

(b)  $R = 50$   $\delta = 10,57$   $\sigma = 12,26$   $\sigma^2 = 150,41$   $V = 33,73\%$

(c)  $Mo = 30$   $Me = 33,75$   $Q_1 = 26,88$   $Q_3 = 46,25$   $D_1 = 20,5$   $D_9 = 54,5$

(d)  $A = 0,51$   $F_{0,25} = 0,29$   $K = 0,28$

(e)  $HI = 0,05$

11. fejezet

Viszonyszámok

## 12. fejezet

### Sztochasztikus kapcsolatok

1.  $T = 0,53$     $C = 0,63$

2.  $Y = 0,45$     $T = 0,22$     $C = 0,22$

3.  $H = 0,84$

4.  $\rho = 0,8$

5. (a)  $r = 0,04$                       (b)  $r^2 = 0,0016 \Rightarrow 0,16\%$

## 13. fejezet

### Standardizálás



## 14. fejezet

### Érték-, ár, volumenindex

1.  $I_v = 130,2\%$      $I_q^F = 123,4\%$      $I_p^F = 105,4\%$

## 15. fejezet

### Becslés

## 16. fejezet

# Hipotézisvizsgálat

17. fejezet

Regressziószámítás

## 18. fejezet

### Idősoranalízis

1.

(a)  $\hat{y} = 37,38 - 0,08t$  ( $t = 1; 2; \dots; n$ )

(b)  $s_I = 1,45$   $s_{II} = -3,27$   $s_{III} = -0,45$   $s_{IV} = 2,27$

(c)  $\hat{y} + s_{III} = 35,42$

(d)  $v = 2,4$