

Matematika, statisztika, közgazdaságtan, pénzügytan korrepetálás.

Tel.: (20) 932-2134

<http://matstat.fw.hu> email: matstat@fw.hu

Analízis gyakorló feladatsor (intra) végeredmények

Kodolányi János Főiskola

2007. október 23.

Az eredeti feladatsor letölthető a <http://www.kodolanyi.hu/intra> weboldalról. Belépés után: Gyakorló feladatok → Matematika-Statisztika Tanszék → Analízis

A <http://matstat.fw.hu> honlapon a letölthető anyagok közt egyéb gyakorló és vizsganyagok is találhatóak.

Ezt a művet a *Creative Commons Nevezd meg!-Ne add el!-Ne változtasd! 2.5 Hungary Licenc*¹ alatt teszem közzé. Ez azt jelenti, hogy szabadon másolhatod, terjesztheted a szerző megjelölése mellett, de tilos a kereskedelmi célú felhasználás és a mű megváltoztatása.



Én sem vagyok tévedhetetlen. Ha valamelyik eredményt hibásnak gondolod, írd emailt!

- $a_n = \frac{3n-1}{2n-7}$ a_n a 4. tagtól kezdve szigorúan monoton csökken
 $\lim a_n = \frac{3}{2}$
 a_n korlátos, alsó korlát: -8, felső korlát: -11
 - $b_n = \frac{-n+5}{3n+1}$ b_n szigorúan monoton csökken
 $\lim b_n = -\frac{1}{3}$
 b_n korlátos, alsó korlát: $-\frac{1}{3}$, felső korlát: 1

¹<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/hu/> A Creative Commons licenszről bővebben magyarul: <http://creativecommons.hu/>, angolul: <http://www.creativecommons.org/>.

- $c_n = \frac{2n+3}{3n-8}$ c_n a harmadik tagtól kezdve szigorúan monoton csökken
 $\lim c_n = \frac{2}{3}$
 c_n korlátos, alsó korlát: -3,5, felső korlát: 9
- 2. • $\lim a_n = -2$ $n_0 = \log_{\frac{2}{7}} 10^{-4}$
• $\lim b_n = 3$ $n_0 = \log_{\frac{5}{6}} \frac{1}{50000}$
- 3. • $\lim \frac{3n^2 - 4n + 5}{\sqrt{n^6 + 3n^4} - \sqrt[3]{5n^2 - 2n}} = 0$
• $\lim \frac{\sqrt[4]{n^5 + 3n^2 + \sqrt{n^3 - 2n}}}{3n^2 + 6n - 1} = 0$
• $\lim \frac{3n + \sqrt{n^5 - 5n + 6}}{5n^3 - \sqrt[3]{4n^4 + 5}} = 0$
• $\lim \frac{\sqrt{4n^4 + 6n^3 + 2} - n + 5}{3n^2 + 2 + \sqrt[3]{8n^6 + 5n^2 + 3}} = \frac{2}{5}$
• $\lim \frac{\sqrt[5]{n^7 + 4n^2 - 2} - \sqrt[3]{n^5 + 3n - 1}}{\sqrt{2n + 1} + 5n} = -\infty$
• $\lim \frac{3^{2n}}{2^{3n-1} + 9^{\frac{n}{2} + \frac{3}{2}}} = +\infty$
• $\lim \left(\frac{5n + 6}{5n - 1} \right)^{\frac{3n}{2}} = \sqrt[10]{e^{21}}$
• $\lim (\sqrt{4n^3 + 5n} - \sqrt{4n^3 - 2n + 1}) = 0$
• $\lim (\sqrt{n^4 + 5n^3 - 1} - n^2) = +\infty$
• $\lim (\sqrt{9n^4 - n + 5} - 3n^2) = 0$
- 4. (a) $A = \frac{7}{3}$ $\lim_{-1+0} f(x) = +\infty$ $\lim_{-\infty} f(x) = \frac{3}{4}$
(b) $A = -\frac{15}{7}$ $\lim_{4-0} f(x) = +\infty$ $\lim_{+\infty} f(x) = -3$
(c) $A = \frac{113}{84}$ $\lim_{-1+0} f(x) = +\infty$ $\lim_{-\infty} f(x) = \frac{3}{4}$
(d) $A = 4$ $\lim_{6-0} f(x) = +\infty$ $\lim_{-\infty} f(x) = -\frac{4}{3}$

5. (a) $\nexists A; B = \frac{7}{3}$
(b) $A = -\frac{25}{12}; \nexists B$
(c) $A = -\frac{1}{3}; \nexists B$
6. • $f'(x) = (4x - 5) \cdot e^{2x^2 - 5x - 6}$
• $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{x^2}$
• $f'(x) = -e^{-x} + \frac{7}{7x - 1} - \frac{12}{(2x + 1)^4}$
• $f'(x) = \cos x \cdot 5x + 5 \sin x$
• $f'(x) = -\frac{5 \cos x \sin^2 x - 2x \sin x}{x^6 \cos^3 x}$
• $f'(x) = -e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x^2} + 3 \sin^2 x \cdot \cos x - \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}$
• $f'(x) = \frac{5 - \ln 2 \cdot x}{x}$
• $f'(x) = 2^{\sin x} \cdot \ln 2 \cdot \cos x + \frac{5}{2\sqrt{5x + 1}} - 3 \sin x$
• $f'(x) = x^6 \cdot (7 \ln x + 1)$
• $f'(x) = \frac{e^x (4 \cos^3 x \sin x - 3 \cos^2 x)}{\sin^4 x}$
7. (a) $e(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$
(b) $e(x) = -3x + 1$
8. (a) $g(x)$
(b) $f(x)$
(c) $f(x)$
(d) $g(x)$

9. (a)	•	x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 0)$	0	$(0; \infty)$	
		$f'(x)$	$+$	X	$-$	0	$+$	
		$f(x)$	\nearrow	szakadási hely	\searrow	min: $\frac{1}{4}$	\nearrow	
•	x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; 2)$	2	$(2; \infty)$
	$f'(x)$	$+$	0	$-$	X	$-$	0	$+$
	$f(x)$	\nearrow	max: -1	\searrow	szakadási hely	\searrow	min: 3	\nearrow
(b)	•	x	$(-\infty; 1)$	1	$(1; 3)$	3	$(3; \infty)$	
		$f'(x)$	$+$	X	$-$	0	$+$	
		$f(x)$	\nearrow	szakadási hely	\searrow	min: $\frac{e^3}{4}$	\nearrow	
•	x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; +\infty)$
	$f'(x)$	$+$	0	$-$	X	$-$	0	$+$
	$f(x)$	\nearrow	max: -3	\searrow	szak. hely	\searrow	min: 1	\nearrow
10. (a)	•	x	$(-\infty; -8)$	-8	$(-8; 1)$	1	$(1; \infty)$	
		$f''(x)$	$-$	0	$+$	X	$+$	
		$f(x)$	\cap	inflexiós pont: $-\frac{2}{27}$	\cup	szakadási hely	\cup	
•	x	$(-\infty; -3)$	-3	$(-3; 1)$	1	$(1; \infty)$		
	$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
	$f(x)$	\cup	inflexiós pont: $\frac{14}{e^3}$	\cap	inflexiós pont: $-2e$	\cup		
(b)	•	x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 7)$	7	$(7; \infty)$	
		$f''(x)$	$-$	X	$-$	0	$+$	
		$f(x)$	\cap	szakadási hely	\cap	inflexiós pont: $\frac{2}{27}$	\cup	
•	x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; -5)$	5	$(5; +\infty)$		
	$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
	$f(x)$	\cup	inflexiós pont: $-\frac{27}{2}$	\cap	infl. pont: $-\frac{1095}{2}$	\cup		

11. • minimum: $P(1; 1)$ $f(1; 1) = 3$
nyeregpont: $P(0; 0)$ $f(0; 0) = 4$
- minimum: $P\left(-\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ $f\left(-\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right) = -\frac{418}{81}$

Matematika, statisztika, közgazdaságtan, pénzügytan korrepetálás.

Tel.: (20) 932-2134

http://matstat.fw.hu email: matstat@fw.hu

nyeregpont: $P(0; 0) \quad f(0; 0) = -2$

12. • $3 \log(x - 5) + \frac{3\sqrt[3]{(2x + 1)^5}}{10} - 3 \operatorname{ctg} x + \frac{5^{2x+6}}{\ln 5} + c$
- $-\frac{3}{(3x + 5)^2} + \frac{2^{x-1}}{\ln 2} - 2 \operatorname{tg} x + \frac{1}{2} \ln(2x - 3) + 5x + c$
- 1
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{3e^4 + 1}{8}$
- $-\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2e}$
- $-\infty$
- 12
13. • $\ln 2 - \frac{3}{4}$
- $-\frac{9}{2}$
- $-\frac{32}{3}$
- $\ln 2 - \frac{3}{4}$